



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۳
۱۰ اسفند ۱۴۰۳

پرسشنامه

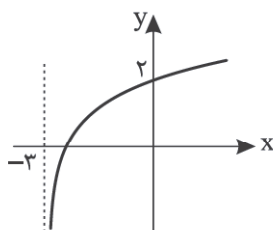
اختصاصی ریاضی - فیزیک

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از سؤال	تا سؤال	محتوای آزمون	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان (۱)	۲۰	۱	۲۰	فصل ۳ درس‌های ۲ و ۳ و فصل ۴ درس‌های ۱ تا ۳ (صفحه ۸۰ تا ۱۰۹)	۳۵ دقیقه
۲	هندسه (۲)	۱۰	۲۱	۳۰	فصل ۲ از ابتدای تجانس تا انتها و فصل ۳ درس اول (صفحه ۴۳ تا ۶۳)	۱۸ دقیقه
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	فصل ۲ درس‌های ۳ و ۴ و فصل ۳ درس‌های ۱ و ۲ (صفحه ۴۸ تا ۸۶)	۱۷ دقیقه
	تعداد کل سؤال:	۴۰			مدت پاسخ‌گویی:	۷۰ دقیقه

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

مدت پاسخ‌گویی: ۳۵ دقیقه

حسابان

۱- نمودار تابع $f(x) = \log_3(x+a) - b$ مطابق شکل زیر است. $a+b$ کدام است؟

۴ (۱)

-۴ (۲)

-۲ (۳)

۲ (۴)

۲- دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log_8(x-2)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۸ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

۳- ضابطهٔ تابع وارون $f(x) = 1 - (\frac{1}{9})^x$ کدام است؟ $f^{-1}(x) = -\log_3 \sqrt{1-x}$ (۱) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3} \log_9(1-x)$ (۲) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3} \log_3(1-x)$ (۳) $f^{-1}(x) = -\log_9 \sqrt{1-x}$ (۴)۴- خط $y = x - 2$ نمودار تابع $f(x) = 1 - \log_b(bx + 2)$ را روی نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم قطع می‌کند، مقدار b کدام است؟

۴ (۱)

۶ (۲)

۲ (۳)

۸ (۴)

۵- حاصل $(\log 2)^2 - (\log 5)^2$ کدام است؟ $\log \frac{25}{4}$ (۱) $(\log \frac{5}{2})^2$ (۲) $\log 21$ (۳) $\log \frac{5}{2}$ (۴)۶- اگر $\log_3 18 = a$ باشد، حاصل $\log_6 2$ کدام است؟ $\frac{2a}{a+1}$ (۱) $\frac{a}{a+1}$ (۲) $\frac{2a-1}{a-1}$ (۳) $\frac{a-2}{a-1}$ (۴)۷- اگر $x = a$ جواب معادلهٔ $9 \times \log_9 5 = \log_{\sqrt{5}} 9 + \log_3(x+1) + \log_3(2x-1)$ باشد، حاصل $\log_9(a+1)$ کدام است؟

۱ (۱)

-۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)۸- حاصل $\log_{\sqrt[3]{243}} 9\sqrt[5]{81}$ کدام است؟ $1/32$ (۱) $1/68$ (۲) $1/92$ (۳) $1/2$ (۴)۹- در زلزله‌ای به شدت ۶/۸ ریشتر، مقدار انرژی آزاد شده بر حسب ارگ کدام است؟ $(\log E = 11/8 + 1/5 M)$ 10^{21} (۱) 10^{22} (۲) 10^{23} (۳) 10^{24} (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰- اگر $g(x) = \log_{(x-6)}(3x-6)$ برد تابع $f(x) = [x]^{g(x)}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

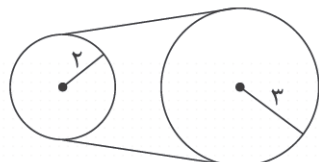
- (۱) $(2, 3)$ (۲) $(0, 3)$ (۳) $(1, 4)$ (۴) $(0, 4)$

۱۱- نخه به طول 40π سانتی متر را به صورت دایره درمی آوریم. اگر طول کمان مقابل به زاویه مرکزی α در این دایره برابر ۸ سانتی متر باشد، α چند رادیان است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/6$

۱۲- در شکل زیر دو قرقره به شعاع های ۲ و ۳ سانتی متر توسط یک تسمه به هم متصل شده اند. در حرکت این دو قرقره اگر مجموع زوایای

چرخش دو قرقره برابر $\frac{10\pi}{9}$ باشد، قرقره کوچک تر چند رادیان چرخیده است؟



(۱) $\frac{3\pi}{9}$ (۲) $\frac{4\pi}{9}$

(۳) $\frac{5\pi}{9}$ (۴) $\frac{6\pi}{9}$

۱۳- اگر مخروطی به شعاع ۵ و ارتفاع ۱۲ سانتی متر را گسترده کنیم، زاویه قطاع حاصل چند رادیان است؟

(۱) $\frac{12\pi}{12}$ (۲) $\frac{5\pi}{12}$ (۳) $\frac{10\pi}{13}$ (۴) $\frac{12\pi}{5}$

۱۴- اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ و $\sin(10\alpha + 11\beta) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ، آنگاه حاصل $\tan(\frac{7\pi}{4} - \beta)$ کدام می تواند باشد؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۵- اگر $\tan \alpha = -5$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2\sin(5\pi - \alpha) + \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)}{\cos(8\pi + \alpha) - 3\cos(\frac{7\pi}{4} - \alpha)}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{9}{14}$ (۲) $\frac{9}{14}$ (۳) $\frac{11}{14}$ (۴) $-\frac{11}{14}$

۱۶- زوایای ۲ و ۹ رادیان هر دو در ناحیه قرار دارند و $\sin 9$ از $\sin 2$ است.

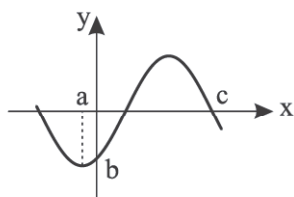
- (۱) اول - کوچک تر (۲) اول - بزرگ تر
(۳) دوم - کوچک تر (۴) دوم - بزرگ تر

۱۷- خط $y = \frac{1}{3}$ نمودار $y = \cos x$ را در فاصله $[-4\pi, 2\pi]$ در چند نقطه قطع می کند؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

۱۸- نمودار تابع $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{c-a}{b}$ کدام است؟



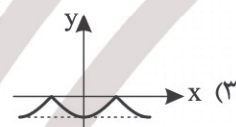
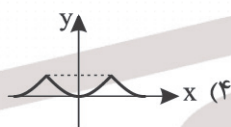
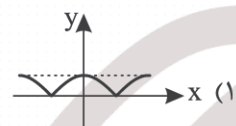
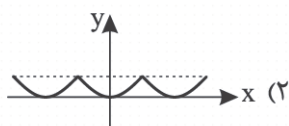
(۱) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$

(۲) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$

(۳) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

(۴) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$

۱۹- نمودار تابع $y = 1 - |\cos x|$ در بازه $[-\pi, \pi]$ کدام است؟



۲۰- اگر $f(x) = \sin(3x + \frac{5\pi}{4})$ در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۴) $f(\pi) = f(\frac{5\pi}{6})$

(۳) $f(\frac{\pi}{12}) = f(\frac{\pi}{6})$

(۲) $f(\frac{5\pi}{6}) = f(\frac{\pi}{6})$

(۱) $f(\frac{\pi}{12}) = f(\frac{5\pi}{6})$

محل انجام محاسبات

هندسه

مدت پاسخ‌گویی: ۱۸ دقیقه

۲۱- فاصله دو نقطه A و A' برابر m است و A'' مجانس نقطه A' به مرکز A و نسبت m می‌باشد. اگر $A'A'' = ۱۲$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۲- مثلث متساوی‌الاضلاعی را با تجانس به مرکز نقطه هم‌رسی میانه‌ها و ضریب تجانس $k = \frac{1}{4}$ تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت ناحیه محدود

بین مثلث و تصویرش برابر $۱۵\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع مثلث اولیه کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{10}{8}$

۲۳- دو دایره متخارج با نسبت $\frac{2}{3}$ مجانس یکدیگرند. اگر فاصله مرکز تجانس از مرکز دایره کوچک‌تر برابر ۴ باشد، فاصله مرکز تجانس تا

مرکز دایره بزرگ‌تر کدام است؟

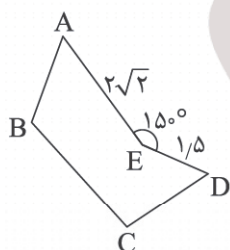
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۲۴- تجانس با کدام نسبت، همانی است؟

- (۱) $k = 0$ (۲) $k = 1$ (۳) $k = -1$ (۴) $k = \pm 1$

۲۵- زمینی مطابق شکل زیر مفروض است. به کمک تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر در محیط زمین و تعداد اضلاع، مساحت آن را

می‌خواهیم افزایش دهیم. مقدار افزایش مساحت زمین چقدر است؟



(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

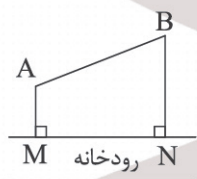
(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۲۶- مطابق شکل، علی قرار است از نقطه A به کنار رودخانه رفته و بشکلهای آب را پر کند و به نقطه B برود. اگر فاصله A و B تا رودخانه

به ترتیب ۱۵ و ۳۰ متر و فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر برابر ۴۰ متر باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر چند متر است؟



(۱) $5\sqrt{34}$

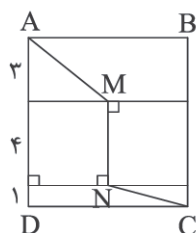
(۲) $20\sqrt{34}$

(۳) $15\sqrt{34}$

(۴) $10\sqrt{34}$

محل انجام محاسبات

۲۷- در شکل زیر، اگر کمترین طول خط شکسته AMNC برابر $12/5$ باشد، مساحت مستطیل ABCD کدام است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۶۸

(۳) ۶۴

(۴) ۵۶

۲۸- در مثلث ABC، رابطه $\hat{A} = \hat{B} = 15^\circ$ بین زاویه‌ها برقرار است. طول ضلع AB چه کسری از طول ضلع BC است؟

(۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\frac{1}{2}$

۲۹- شعاع دایره محیطی مثلث متساوی‌الاضلاعی به مساحت $3\sqrt{3}$ ، کدام است؟

(۴) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$

(۲) ۴

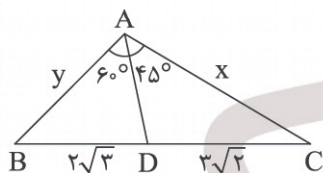
(۱) ۲

۳۰- در شکل زیر، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $1/5$

(۳) ۲

(۴) $2/5$ 

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

مدت پاسخ‌گویی: ۱۷ دقیقه

۳۱- ۴ سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم حداقل ۲ سکه رو آمده احتمال اینکه سه بار رو آمده باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{11}$ (۲) $\frac{1}{11}$ (۳) $\frac{3}{11}$ (۴) $\frac{4}{11}$

۳۲- اگر $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(A - B) = \frac{1}{4}$ باشد، $P(B' | A')$ کدام است؟

(۱) $\frac{11}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۳۳- تاسی را پرتاب می‌کنیم، سپس سکه‌ای را به تعداد عدد رو شده در تاس پرتاب می‌کنیم. اگر دو بار رو آمده باشد، احتمال اینکه تاس عدد ۵ آمده باشد، چقدر است؟

(۱) $\frac{10}{99}$ (۲) $\frac{20}{99}$ (۳) $\frac{5}{47}$ (۴) $\frac{10}{47}$

۳۴- دو سبد همانند داریم. در سبد اول ۶ سیب سالم و ۲ سیب لکه‌دار و در سبد دوم ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار وجود دارد. از سبد دوم ۲ سیب خارج کرده و در سبد اول می‌اندازیم. سپس از سبد اول یک سیب خارج می‌کنیم. با چه احتمالی، این سیب، سالم است؟

(۱) $\frac{11}{15}$ (۲) $\frac{7}{15}$ (۳) $\frac{13}{15}$ (۴) $\frac{5}{15}$

۳۵- احتمال قبولی رضا و علی در درسی به ترتیب $\frac{7}{10}$ و $\frac{4}{10}$ است. با کدام احتمال حداقل یکی از این دو نفر در این درس قبول نمی‌شوند؟

(۱) $\frac{28}{100}$ (۲) $\frac{72}{100}$ (۳) $\frac{82}{100}$ (۴) $\frac{90}{100}$

۳۶- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. با چه احتمالی حداقل ۲ نفر از آنها در یک روز هفته متولد شده‌اند؟

(۱) $\frac{30}{343}$ (۲) $\frac{42}{343}$ (۳) $\frac{19}{49}$ (۴) $\frac{30}{49}$

۳۷- در جدول داده‌های زیر، زاویه مربوط به دسته سوم در نمودار دایره‌ای کدام است؟

x_i	۲	۴	۶	۸
f_i	۵	۴	۶	۵

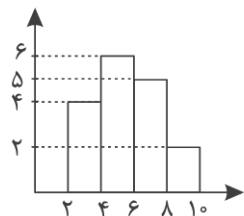
(۱) ۱۲۰ (۲) ۸۲ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۸

محل انجام محاسبات

۳۸- در جدول زیر اگر فراوانی نسبی دسته وسط برابر ۱/۰ باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

دسته‌ها	۰-۴	۴-۸	۸-۱۲	۱۲-۱۶	۱۶-۲۰	۱۰ (۲)	۸ (۱)
فراوانی	۴	۲	x	۱	۲	۷ (۴)	۹ (۳)

۳۹- با توجه به نمودار مستطیلی زیر میانگین، میانه و مَد داده‌ها کدام است؟



(۱) ۵ - ۵ - ۵

(۲) ۶ - ۷ - ۵

(۳) ۷ - ۶ - ۵/۶

(۴) ۵ - ۵ - ۵/۶

۴۰- میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ برابر ۳۰ است. میانگین داده‌های $\frac{x_1}{4} + 1, \frac{x_2}{4} + 2, \dots, \frac{x_{20}}{4} + 20$ کدام گزینه است؟

(۴) ۲۶

(۳) ۲۵/۵

(۲) ۲۵

(۱) ۲۴/۵

محل انجام محاسبات